



# Construire le repère cartésien comme objet mathématique au collège

Aurélie Chesnais, Aurélien Destribats

IREM de Montpellier



IIRDEF

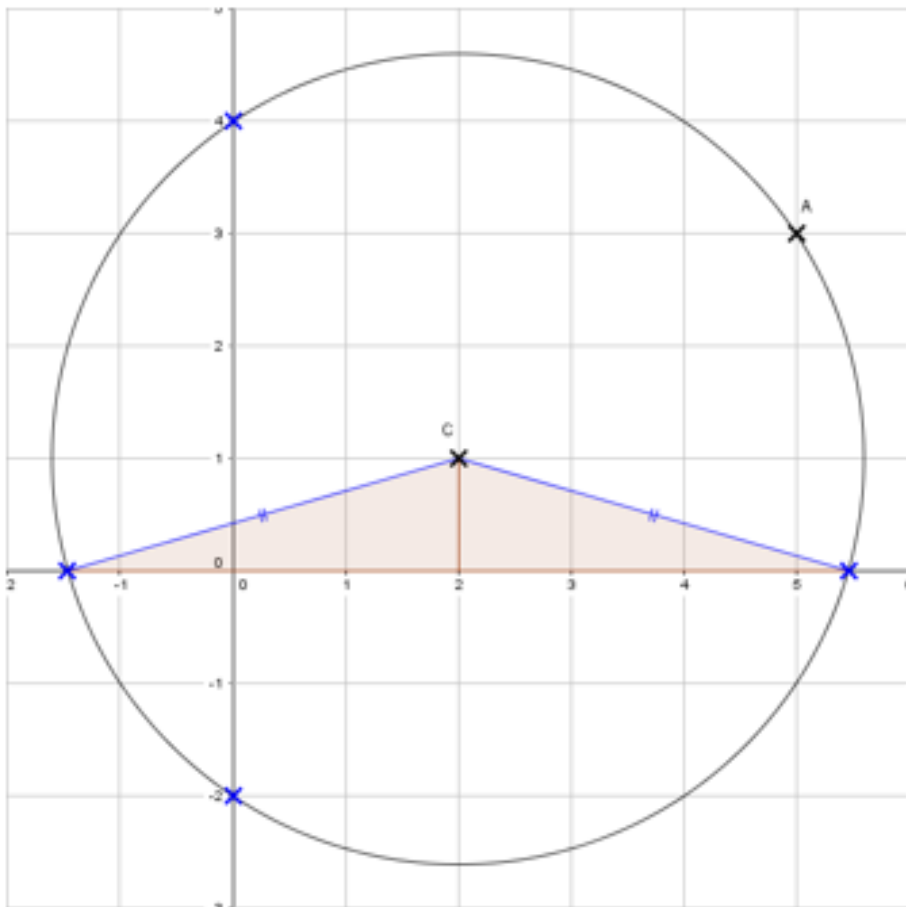
# Plan

- La construction du repère cartésien comme objet mathématique : quels enjeux au collège?
- Les moments de rencontre avec le repère cartésien
- Comparaison de situations

# Un exemple de tâche au Lycée

Dans un repère orthonormé, tracer le cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $C(2; 1)$  passant par le point  $A(5; 3)$ .

- a) Le cercle  $\mathcal{C}$  coupe l'axe des *ordonnées* en deux points : Lire graphiquement les coordonnées de ces points.
- b) Le cercle  $\mathcal{C}$  coupe l'axe des *abscisses* en deux autres points : Calculer les coordonnées de ces points.



## Les connaissances attendues :

- Construire un repère, placer des points de coordonnées connues.
- Pythagore / mobiliser la formule :
$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$
- Interpréter les coordonnées comme longueurs, et les longueurs comme différences de coordonnées.
- Les implicites du repère (orthogonalité)
- Mobiliser des connaissances de la géométrie Euclidienne (cercle / Pythagore...)

# Les enjeux de la construction du repère cartésien au collège

- En vue de l'entrée dans la géométrie repérée et autres...
  - Diverses utilisations (fonctions, statistiques etc.)
  - Géométrie repérée : équations de droites et autres
- Géométrie repérée
  - Articulation objets géométriques, numériques, algébriques, fonctionnels
  - Nécessite autre chose que le graphique de la « gestion de données » et que le « repère de la bataille navale »
- Quelles occasions de travailler ces enjeux au collège ?

# Les moments de travail

- Représentations de données (graphiques)
- La demi-droite graduée
- Les nombres relatifs
- Se repérer dans le plan et l'espace
- Proportionnalité
- Les fonctions
- Les transformations
- Le numérique (Scratch, géométrie dynamique)
- Équations / inéquations

# Les moments de travail

Représentation/  
illustration d'une  
dépendance



Repère cartésien

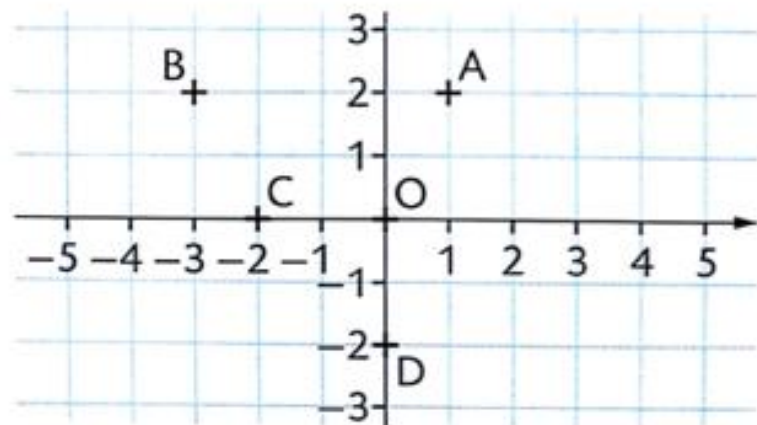
- Graphique
- Numérique
- Fonctions
- Algèbre

Demi—droite graduée	Droite graduée	Transformations : Agrandissement, réduction, déplacement, homothétie
Représentations de données / Proportionnalité		
Se repérer dans le plan et l'espace		
Entiers Fractions Décimaux		
Relatifs		
Relation de dépendance entre deux grandeurs		Fonctions : Généralités, vocabulaire Linéaires / affines
Proportionnalité		
Equations inéquations		

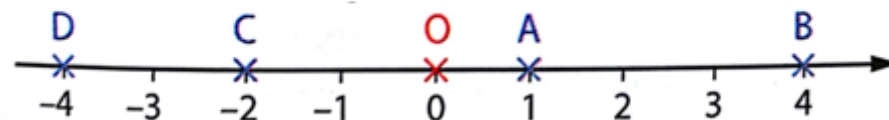
# Comparaison d'exercices

- Dans quelle mesure des tâches proposées au collège prennent en charge ces enjeux ?
  - Des tâches « classiques »
  - Des propositions

Donner les coordonnées des points A, B, C, D.



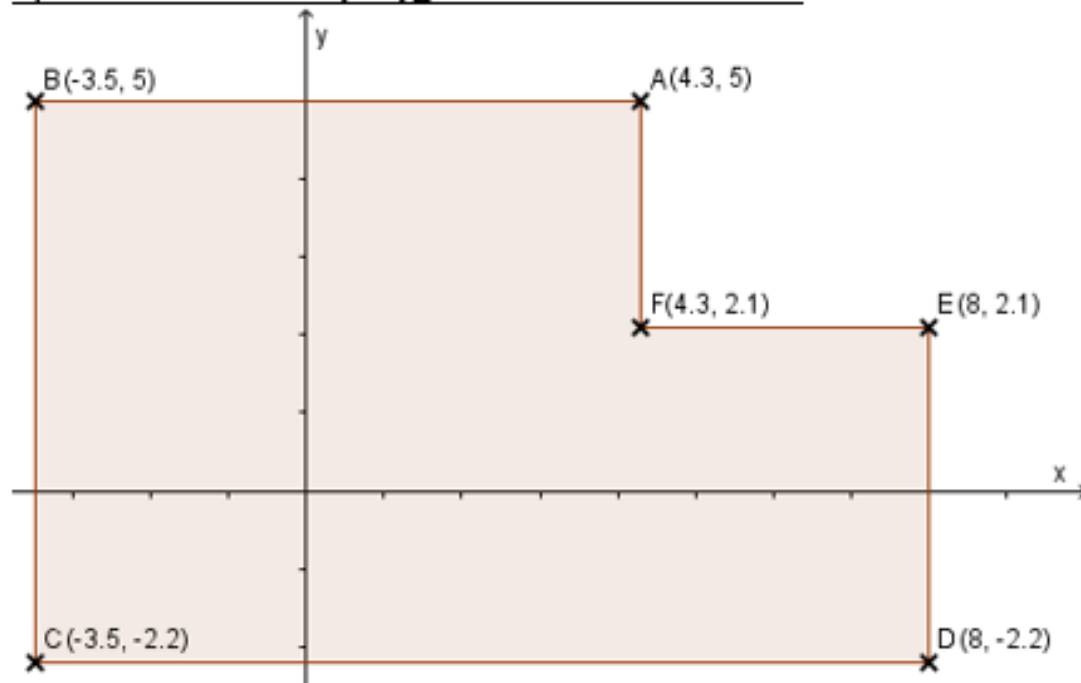
On donne la droite graduée ci-dessous.



Calculer les distances suivantes :

- a) AB      b) OA      c) OD  
d) AC      e) DC      f) BD

**Quelle est l'aire du polygone tracé ci-dessous ?**





# Les nombres fractionnaires en 6<sup>o</sup> et la demi-droite graduée

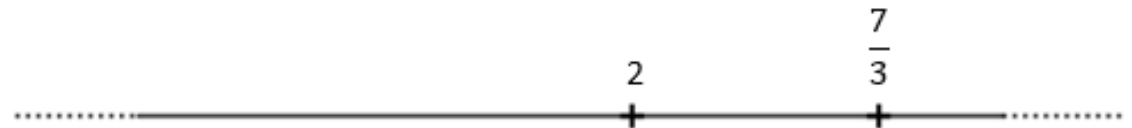
Lorsque cela est possible, placer dans chaque cas l'origine 0 des demi-droites et le point d'abscisse 1.

Matériel disponible : Bande de papier

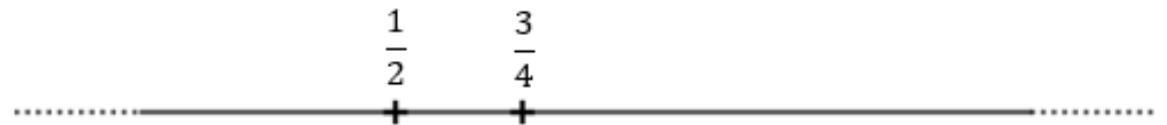
Cas 1)



Cas 2)



Cas 3)



On considère les points suivants :

A(3 ; 8)    B(9 ; 24)    C(4,5 ; 12)    D(7,5 ; 20)

a) Ces points appartiennent-ils à une courbe représentant une situation de proportionnalité ?

b) Même question avec les points :

E(2 ; 5)    F(6 ; 15)    G(4,5 ; 11,5)    H(1 ; 2,5)

1) Ce tableau donne les coordonnées de cinq points. Appartiennent-ils à une même droite ?

Tableau 1	Abscisses	-3	0	1	6	16
	Ordonnées	-4,5	0	1,5	9	24

2) Même question pour chacun de ces tableaux :

Tableau 2	Abscisses	0	1	2	4	7
	Ordonnées	0	1	4	16	49

Tableau 3	Abscisses	-2	0	2,5	4	7
	Ordonnées	-2,8	0	3,5	5,6	9,8

Tableau 4	Abscisses	-5	-2,2	0	5,5	17
	Ordonnées	-7	-3,08	0	7,7	23,8

Tableau 5	Abscisses	-1	0	1	1,5	3
	Ordonnées	-1	0	1	3,375	27

3) Si l'on trace les droites issues des tableaux précédents dans un repère graphique, combien de droites distinctes verrons-nous ?

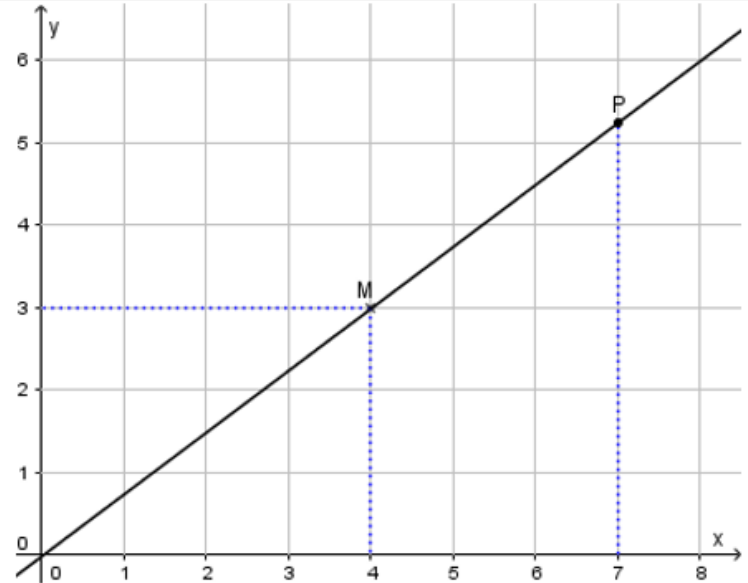
Dans le repère graphique d'origine  $O$  :

- $M$  est le point de coordonnées  $(4 ; 3)$ .
- $P$  est le point de la droite  $(OM)$  qui a pour abscisse 7.

a) Quelle est l'ordonnée du point  $P$  ?

b) Parmi les points suivants, quels sont ceux qui appartiennent à la droite  $(OM)$  ?

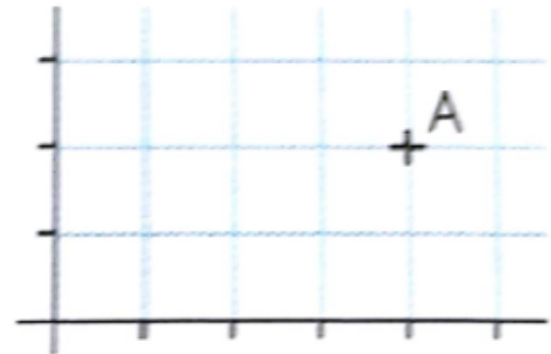
- $C(8; 6)$
- $D(2; 1,6)$
- $E(9; 7)$
- $F(-4; -3)$
- $G(-1; 0,75)$
- $H(12; 9)$



On veut représenter graphiquement une situation de proportionnalité dans le repère ci-contre.

On sait que le point  $A$  de coordonnées  $(8 ; 20)$  appartient à cette représentation graphique.

- a) Déterminer l'ordonnée du point  $B$  appartenant à la courbe et d'abscisse 2.
- b) Déterminer l'abscisse du point  $C$  appartenant à la courbe et d'ordonnée 22,5.



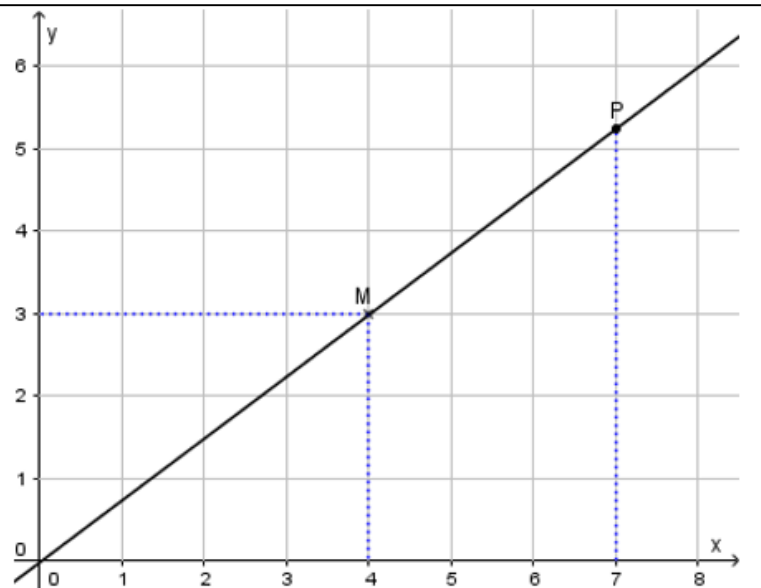
Dans le repère graphique d'origine  $O$  :

- $M$  est le point de coordonnées  $(4 ; 3)$ .
- $P$  est le point de la droite  $(OM)$  qui a pour abscisse 7.

a) Quelle est l'ordonnée du point  $P$  ?

b) Parmi les points suivants, quels sont ceux qui appartiennent à la droite  $(OM)$  ?

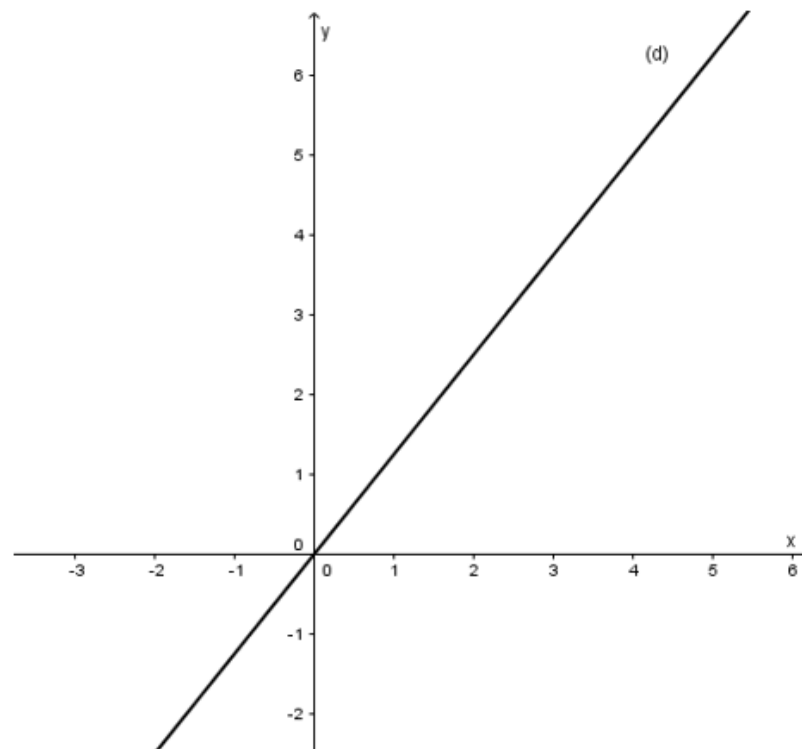
- $C(8; 6)$
- $D(2; 1,6)$
- $E(9; 7)$
- $F(-4; -3)$
- $G(-1; 0,75)$
- $H(12; 9)$



La droite  $(d)$  tracée ci-contre est la représentation graphique d'une fonction  $f$  dont on cherche l'expression algébrique. On sait que cette droite passe par l'origine et que  $f(4) = 5$ .

- 1) Déterminer l'image de 2, de 8 et de -4.
- 2) Quel est l'antécédent de -10 ?
- 3) Quelle est l'expression littérale de l'image d'un nombre noté  $x$  ?
- 4) Dans chaque cas, dire si le point donné appartient à la droite  $(d)$

- a)  $A(-2; 2,5)$
- b)  $C(1; 1,25)$
- c)  $B(6; 7,4)$
- d)  $D(-5; -6,25)$



On se propose de repérer des points dans un parallélépipède rectangle  
OABCDEFGG tel que :

OA = 4 cm, OC = 3 cm, OD = 3 cm

a) Pour cela, on munit la face OABC d'un repère (O,I,J) avec :

- I point de l'arête [OA] tel que OI = 1 cm,
- J point de l'arête [OC] tel que OJ = 1 cm.

Lire les coordonnées des points I, J, A, C, B.

b) On munit l'arête [OD] d'un repère (O ; K) avec OK = 1 cm.

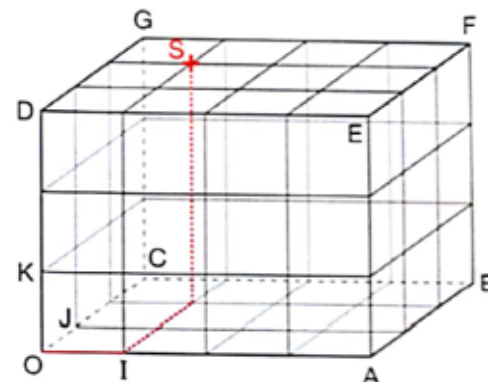
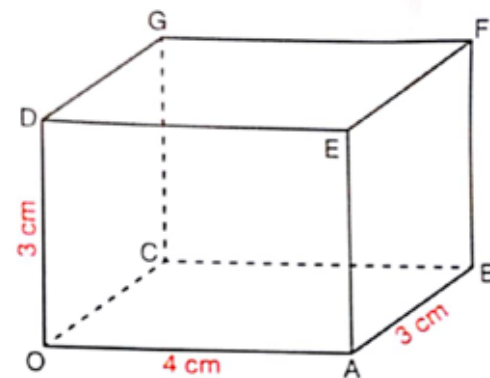
On dit que le parallélépipède est muni du repère (O ; I, J, K). Pour lire les coordonnées d'un point dans ce repère, on ajoute une troisième coordonnée, appelée altitude.

Par exemple : S(1 ; 2 ; 3)

Lire les coordonnées dans ce repère des points :

D    G    F    E    A    B    C

c) Reproduire ce parallélépipède rectangle et placer le point T(3 ; 1 ; 2)



ABCDEFGH est un pavé droit tel que AB = 10 cm, AD = 6 cm et AE = 4 cm.

On repère un point dans ce pavé droit en exprimant son abscisse sur l'axe (AB), son ordonnée sur l'axe (AD) et son altitude sur l'axe (AE). Ainsi, le point G a pour abscisse 10, pour ordonnée 6 et pour altitude 4.

1) a) Calculer la distance AC

b) Quelle est la nature du triangle ACG ? En déduire le calcul de la distance AG.

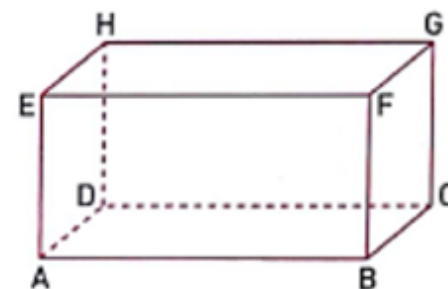
2) On considère trois points :

- Le point I : abscisse 5, ordonnée 3, altitude 2 ;
- Le point J : abscisse 4, ordonnée 4, altitude 2 ;
- Le point I : abscisse 4, ordonnée 5, altitude 1 ;

a) Lequel de ces trois points est le plus éloigné du point A ?

b) Lequel de ces trois points est le plus proche du point A ?

3) A quelle distance du point A se trouve le centre du pavé droit ?



# Les programmes et les manuels

- **Repérage associé au repérage « géographique »**
  - « (Se) repérer sur une droite graduée, dans le plan muni d'un repère orthogonal, dans un parallélépipède rectangle ou sur une sphère.
    - Abscisse, ordonnée, altitude.
    - Latitude, longitude. »
  - « Coordonnées géographiques »
- **Les variations de *registres de représentation* sont un enjeu important**
  - Le repérage sur la droite graduée est vu comme une « représentation des nombres » parmi d'autres, à travailler
- **Réaffirmation de l'introduction des nombres en tant que mesures (notamment cycle 3)**
  - « Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée. »
- **Suppression :**
  - « Déterminer la distance entre deux points d'abscisses données » (5<sup>ème</sup>)
  - « Interpréter l'abscisse d'un point d'une droite graduée en termes de distance et de position par rapport à l'origine » (5<sup>ème</sup>)
- Mais sous-jacent : « Lire et interpréter graphiquement les coefficients d'une fonction affine représentée par une droite. »

# A travailler au collège

- Droite comme ensemble de points
  - Via le travail sur les nombres (droite numérique / droite réelle)
  - pas encore continu
- Coordonnées
  - le repérage des points par un couple de nombres (qui permettra de traduire une relation entre des nombres)
  - Abscisse et ordonnées comme distances
- La mobilisation des connaissances de géométrie euclidienne classique dans le cadre repéré
- L'articulation géométrie – algèbre